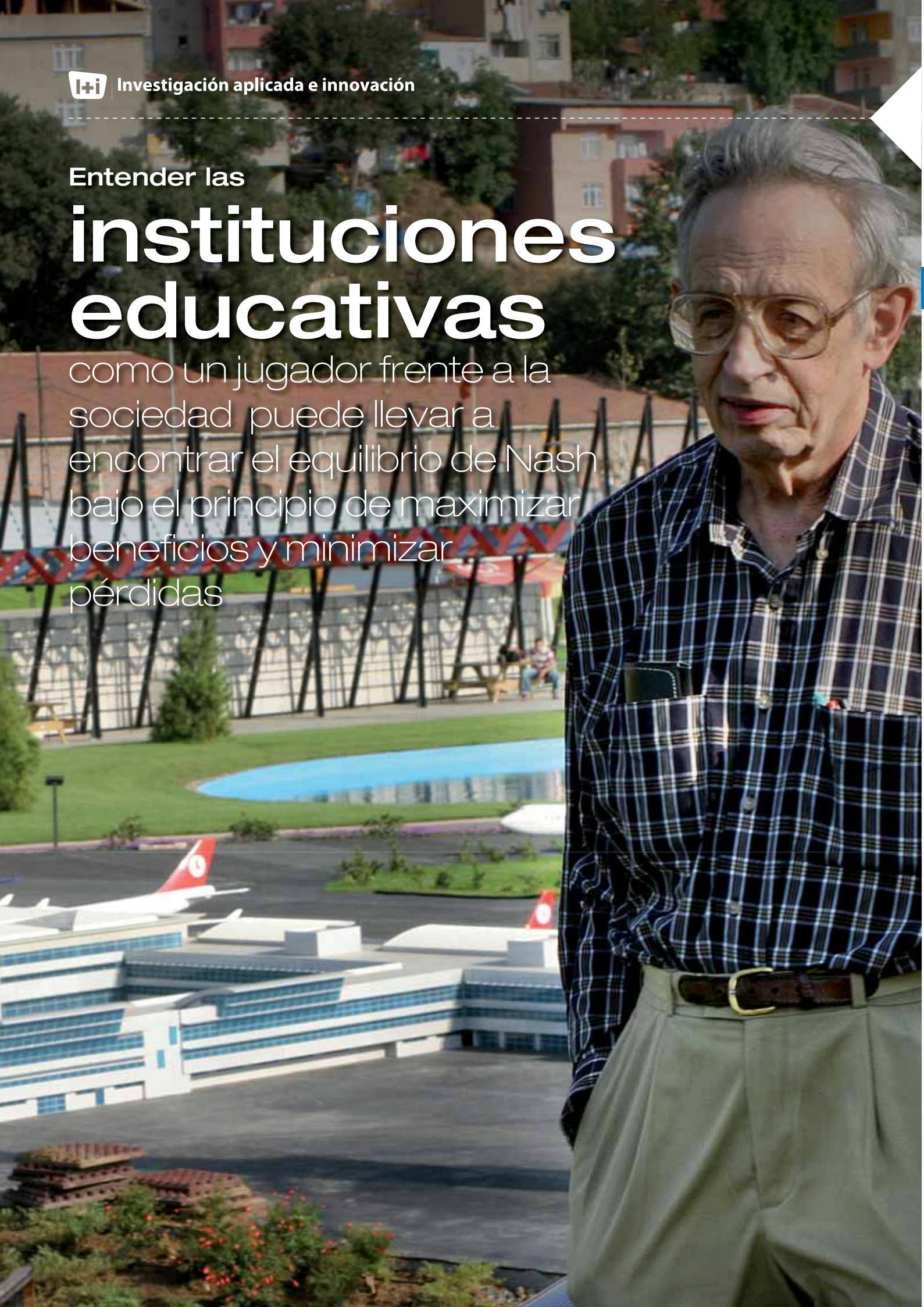


Entender las

instituciones educativas

como un jugador frente a la
sociedad puede llevar a
encontrar el equilibrio de Nash
bajo el principio de maximizar
beneficios y minimizar
pérdidas



La teoría de juegos y el equilibrio de Nash en la educación superior

The Game Theory and The Nash Equilibrium on Higher Education

RESUMEN

El objetivo de este artículo es plantear una alternativa con varias propuestas de análisis que orienten los esfuerzos de las instituciones educativas superiores para contribuir a su desarrollo y al de la sociedad, mediante la metodología de la teoría de juegos y el equilibrio de Nash. En este contexto, la observación de la institución educativa superior, desde el punto de vista de sus jugadores internos más importantes que trabajan en cooperación y forman coaliciones, conllevaría a que esta sea considerada ante la sociedad como un solo ente o jugador, que junto con el otro jugador, la sociedad misma, y analizados bajo el principio Minimax (maximizar beneficios y minimizar pérdidas).

Los resultados permitieron:

1. Identificar a los jugadores internos de la institución educativa: Considerar al personal administrativo, los alumnos, los docentes y la misma institución como jugadores con ambiciones diferentes, pero que por trabajar juntos a largo plazo forman coaliciones y cooperan entre sí. Es decir, ver a la institución educativa superior como un solo jugador.

2. Analizar la institución educativa superior como un todo ante la sociedad, en un escenario de servicio.

La investigación muestra cómo enfocar una situación de competencia interna de varios jugadores que trabajan en coalición dentro de la institución educativa y que es considerada como un todo frente a la sociedad, y cuál es la aplicabilidad del equilibrio de Nash para este análisis.

ABSTRACT

The main objective of this study is to set out an alternative, amongst few analysis proposals, so that higher education institutions could contribute to development of both the society and itself, using as methodology the Game Theory and Nash Equilibrium as methodology. In a context of higher education institution's most important internal "players" working together, this could be seen by the society as one single entity or "player", that together with the other player, the society itself, would be analyzed under the "Minimax" principle (maximize benefits and minimize losses).

The results allow to:

1. Identify the higher education institution's players: Consider administrative staff, students, teachers and the institution itself as players with individual goals but because their long-term work relationships they must form alliances and cooperate one another. That is to say, to be able to see the institution as one player.

2. Analyze the higher education institution as a single entity facing the society, in a service-to scenario.

The research shows how to deal with an internal competitive scenario between players that work together in an education institution functioning as a whole facing the society, and how to apply the Nash Equilibrium on these analyzes.



Palabras Claves

Equilibrio de Nash, teoría de juegos, educación superior, juegos repetitivos.

Key words

Nash Equilibrium, Games Theory, Higher Education, Repetitive Games.

INTRODUCCIÓN

La teoría de juegos fue propuesta por John von Neumann en 1928, y desarrolladas en el libro *Theory of Gamers and Economic Behaviour*, que publicó con Oskar Morgenstern en 1944. Esta obra parte de los juegos bipersonales de suma cero, en los que la utilidad de uno de los jugadores es exactamente igual a la pérdida del otro, lo que se denomina conflicto puro. A su vez, en 1950 en la Universidad de Princeton, el matemático John Nash logró el doctorado al proponer su teoría, el equilibrio de Nash. En ella presenta un análisis de escenarios sobre juegos competitivos en el cual existe la alternativa de que la ganancia de uno de los jugadores no significa necesariamente la pérdida del otro o los otros, teoría que le valió el premio Nobel de Economía en 1994. Por último, Robert Aumann (R. Aumann 1981) [6] definió los juegos repetitivos que establecen los pasos a seguir para determinar los pagos de varios jugadores con intereses diversos y que están inmersos en juegos continuos de largo plazo.

En la mayoría de países desarrollados la educación es reconocida como el activo intangible de largo plazo máspreciado de la sociedad. Sobre ello, muchos autores indican que el grado de desarrollo de un país depende de un buen nivel educativo, pues garantiza la continuidad de los procesos democráticos consolidados y asegura el crecimiento económico.

Normalmente la educación es una inversión sin fines de lucro, pero los beneficios tributarios con los que cuenta en Latinoamérica hacen que en algunos países sea considerada un negocio. Por ello, muchas instituciones y empresas nuevas tienen inversiones iniciales muy fuertes y esperan una utilidad positiva de corto plazo tal que permita mantener una rentabilidad con márgenes aceptables como cualquier empresa (Claudio Rama. 2012) [7].

En varios países de Latinoamérica se han creado instituciones y empresas educativas superiores de manera vertiginosa, que han generado zozobra y desconfianza en nuestra sociedad, debido a dudas sobre su calidad, y a la percepción de haber sido creadas solo con fines de lucro, ya que los egresados de las universidades son subempleados. Esto debido principalmente a la falta de información por parte del consumidor, y en menor proporción a la crisis económica por la que atravesamos.

Ante esta perspectiva se requiere que las instituciones de educación superior respondan a las siguientes preguntas: ¿Cómo enfrentar esta imagen negativa? ¿Cómo demostrar que nuestra institución no está dentro de este nefasto grupo? ¿Cómo demostrar que su calidad y prestigio, no están siendo afectadas por la mala publicidad de las demás?

Según nuestro conocimiento, hay pocos estudios que relacionan la educación superior con la teoría de juegos, el equilibrio de Nash y los juegos repetitivos de largo plazo, así como trabajos que evalúen las situaciones de los jugadores internos y externos de una institución educativa, expuestos como un conjunto ante la sociedad.

Si consideramos el escenario interno de las empresas o instituciones dedicadas a la educación superior encontramos varios jugadores en un solo escenario: la misma institución superior, los profesores, los alumnos, el personal administrativo; y si observamos el escenario externo identificamos contextos con dos grandes jugadores representativos, básicamente: la sociedad y las empresas o instituciones de educación superior (EIES).

Esto nos ha permitido desarrollar un análisis de la situación en Latinoamérica visto tanto para el escenario interno como para el escenario externo de la institución educativa, ambos importantes pero poco expuestos a la luz de las teorías aquí presentadas.

FUNDAMENTOS

Juegos repetitivos de largo plazo

En un escenario de educación superior, los jugadores internos tendrían que estar de acuerdo no en el corto plazo sino también en el largo plazo. Ello se da en el contexto de las estrategias para juegos repetitivos de largo plazo, en el cual los jugadores interactúan entre sí y cooperan para el logro de sus objetivos o pagos de manera personal, pero no dirigida, ni coludida; es decir ellos buscan, de forma individual, un resultado que represente la mayor satisfacción que cada uno espera en dicho escenario. Este procedimiento fue demostrado por Robert Aumann (premio Nobel 2005), quien señaló que la cooperación suele ser una solución de equilibrio en el caso de juegos repetitivos de largo plazo, para dos jugadores que en el corto plazo tienen conflictos de intereses. (R. Aumann 1981) [6].

A través de la continuidad del juego en el tiempo y sobre el esquema de comunicación, se pueden obtener resultados casi consensuados, lo que sería igual que establecer una coalición para lograr rentabilidades continuadas a través del tiempo, solo en caso de común acuerdo entre los jugadores.

Sobre la representación gráfica

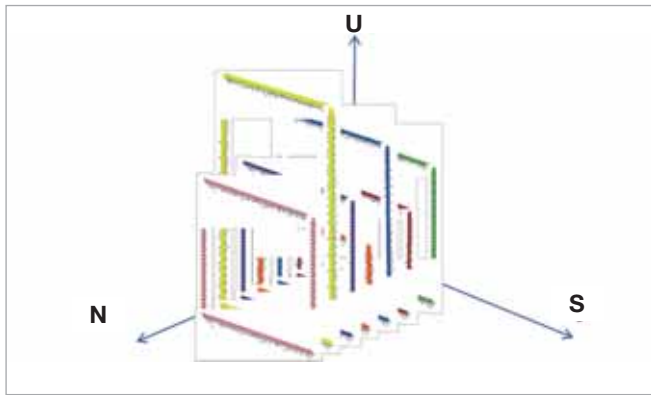
Se puede demostrar que varios competidores pueden obtener mejores ganancias mediante la teoría del equilibrio de Nash. En ella se plantean tres conjuntos esenciales con sus respectivos elementos dentro de un juego de competencia:

- N = número de jugadores con infraestructura diferente
- n = jugador racional con opción a tomar una estrategia y derecho a pago
- S = estrategias disponibles para cada jugador
- s = estrategia elegida por el jugador n
- U = ganancias o pagos obtenidos
- u = pago o ganancia del jugador n por estrategia tomada

Según los modelos matemáticos para la representación de un juego con i jugadores que van de 1 hasta n (donde $n \in \mathbb{N}$), donde también se especifica que los conjuntos de estrategias $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$, y sus funciones de ganancias o pagos: $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$; por lo que la denotación matemática tendría la siguiente función:

$$G = \{S_1, S_2, S_3, \dots, S_n; U_1, U_2, U_3, \dots, U_n\}$$

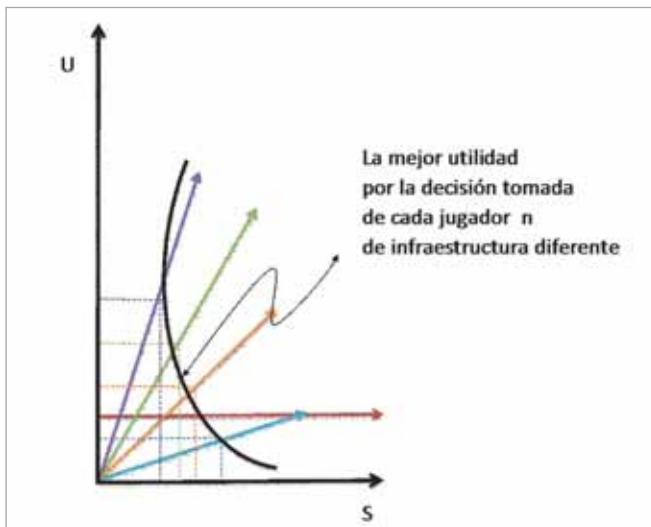
Donde $S_i \neq \emptyset$, y $U_{ij}: S_1 \times S_2 \times S_3 \times \dots \times S_n \rightarrow$ para todo $i = 1, 2, 3, \dots, n$



Gráfica 1. Pagos (U) vs. Estrategia (S) de cada jugador (N)
Fuente: Elaboración propia.

En esta gráfica, para cada estrategia decidida (s_i^*), de cada jugador (n) se representa una ganancia o pago (u_i) determinada. Una vez que un jugador decide la estrategia (s_i^*), los demás jugadores elegirán la que más les conviene para también obtener una ganancia o pago (no todos tienen el mismo pago, indicado por un color para cada jugador). Al aceptar el jugador n la estrategia s_i^* , ello descarta a las otras estrategias que el mismo jugador pudiera decidir.

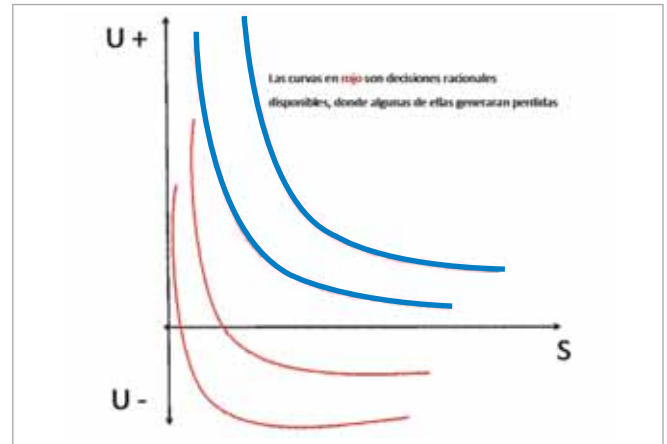
Si esto se lleva a una gráfica bidimensional, y se señala que los pagos se establecen en función a cada jugador dependiendo de la infraestructura que este disponga. Cada punto de pago generado en el cruce de (u_i, s_i^*); identifica el nivel de ganancia o pago del mismo, el cual será mayor o menor dependiendo de la infraestructura de cada jugador.



Gráfica 2. Representación en dos dimensiones de las estrategias y pagos de cada jugador.
Fuente: Elaboración propia.

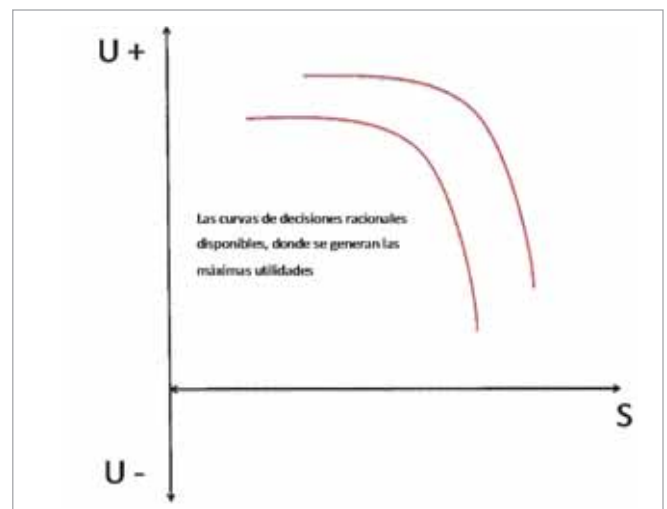
La colaboración de los individuos en una situación de competencia y en comunicación constante supone que cada uno recibirá un pago que compense el esfuerzo e inversión, con el que esté conforme, y no tendrá intención de buscar otro resultado mejor, lo cual implica que todos ganan y nadie pierde. Pero en algunos casos de competencia pura no se alcanza el equilibrio a pesar de tomarse una decisión racional, esta podría generar pérdida o utilidad negativa debido a las circunstancias donde se desarrolla, en un periodo de tiempo determinado.

Toda decisión racional con o sin información y análisis está ligada a las circunstancias que se establezcan después que sea tomada. Es así que una misma decisión en circunstancias normales o negativas generará una utilidad ordinaria o cardinal, o una utilidad negativa o pérdida, respectivamente. En la gráfica siguiente se muestran los puntos de utilidad para cada decisión:



Gráfica 3. Puntos de utilidad en circunstancias normales y/o negativas.
Fuente: Elaboración propia.

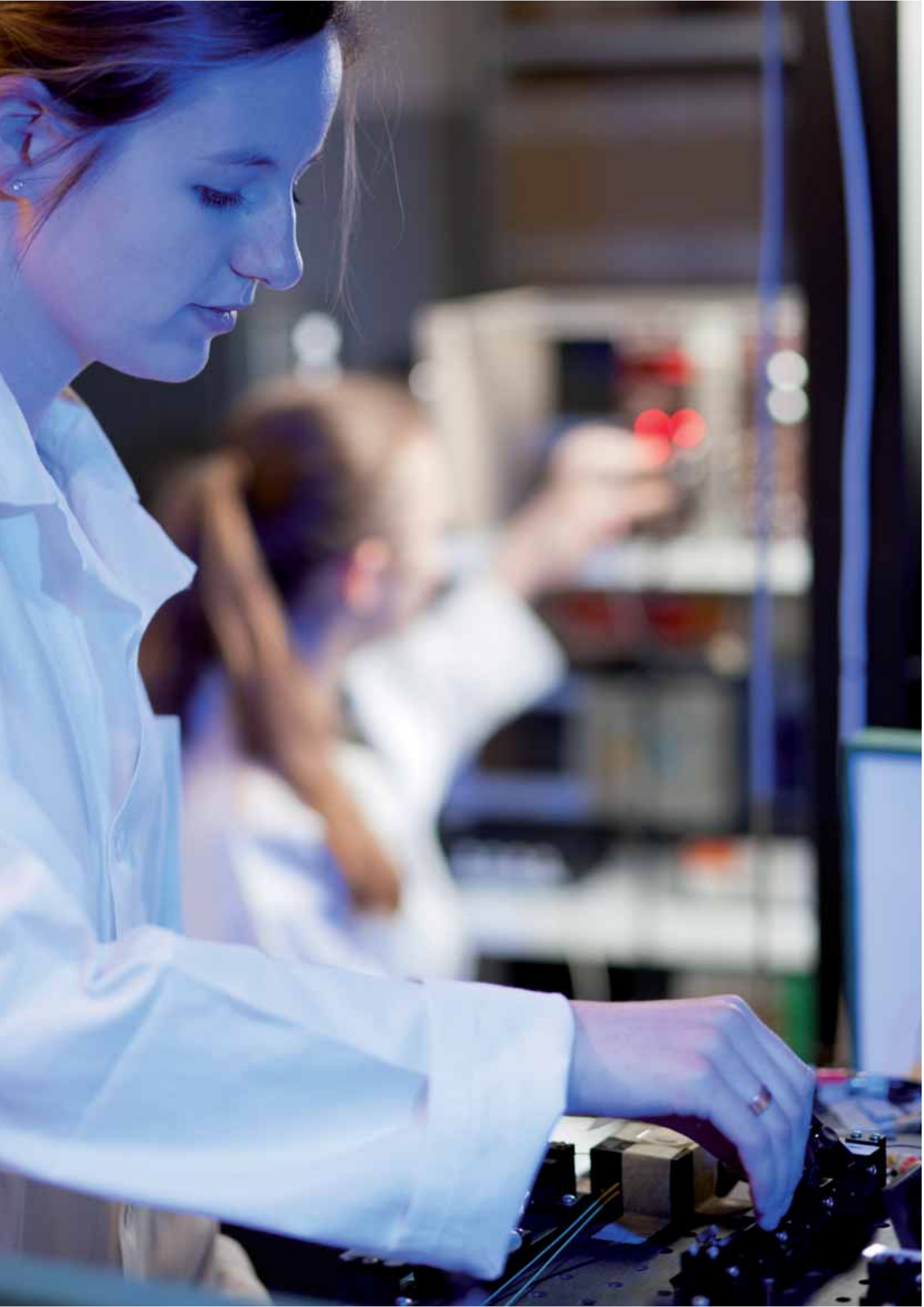
Sin embargo, las mismas decisiones racionales pueden generar utilidades mayores en circunstancias favorables.



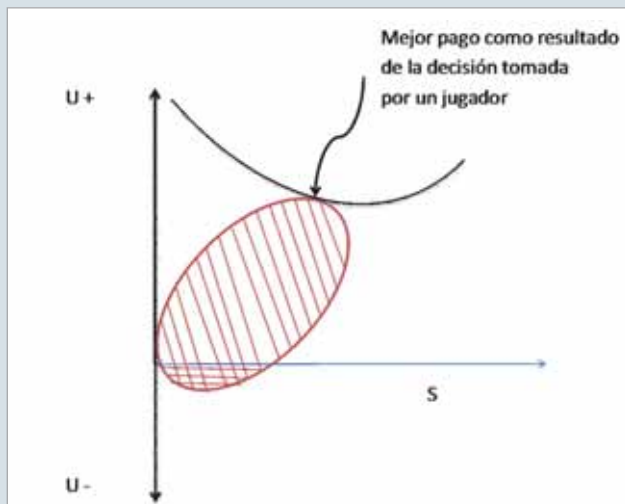
Gráfica 4. Punto de utilidad en circunstancias favorables.
Fuente: Elaboración propia.

Las gráficas 2, 3 y 4 fueron consolidadas en una sola que agrupa las tres circunstancias: normales, negativas y favorables. Se observa una elipse que identifica a todas aquellas decisiones finitas racionales que pueden generar diferentes tipos de pagos o utilidades según el escenario donde se desarrollen.

Bajo el supuesto que, una vez tomada una decisión por cada uno de los jugadores, uno de ellos obtendría la mayor de las ganancias y los otros las menores ganancias, el área superior de la elipse con rayas simples rojas (por encima del eje de las abscisas) incluiría aquellas estrategias que generarían pagos positivo o ganancias. Los casos de decisiones racionales que producen pagos negativos o pérdidas, por las circunstancias negativas después de dichas decisiones están representados en el área inferior de la elipse con rayas cruzadas rojas (por debajo del eje de



las abscisas). En una situación de competencia de varios jugadores a largo plazo en esta gráfica es altamente dinámica, esto significa que en el largo plazo las situaciones de decisiones que generan pérdida, en un lapso de tiempo siguiente podrían generar utilidad positiva al cambiar la decisión y en circunstancias favorables.



Gráfica 5. Pagos vs. Estrategia para un grupo finito de jugadores con un grupo finito de estrategias.
Fuente: Elaboración propia.

Sobre la matriz Minimax

Este procedimiento es también conocido como teoría de juego (Ana T. Antequera, María C. Espinel. 2010) [3], asigna puntuaciones a dos jugadores tales que la diferencia de dichas puntuaciones determina los pagos de los mismos. Por ejemplo: “Los habitantes de una población gastan 10.000 euros mensualmente por salir a comer fuera. Los dueños de los restaurantes Parrilla Antonio y Casa Bruno compiten por alcanzar máximos beneficios por lo cual introducen distintas estrategias para atraer clientes. Esas estrategias consisten en no hacer nada, añadir un plato al nuevo menú, ofrecer una oferta especial u obsequiar un postre gratis. El reparto de beneficios está dado por una matriz de pago que refleja la diferencia de miles de euros entre las ganancias de Antonio y las de Bruno, según la estrategia que cada cual elija”:

		Casa Bruno			
		Nada	Nuevo	Especial	Postre
Parrilla Antonio	Nada	2	-3	-6	-4
	Nuevo	-3	4	-2	0
	Especial	5	2	6	1
	Postre	7	-2	-2	-1

Cuadro 1. Matriz de confrontación Antonio – Bruno.

“Así un pago de 2 en la matriz asigna beneficios de 6.000 euros para Antonio y 4.000 para Bruno. Este tipo de situaciones, juegos de suma cero, se resuelven mediante la aplicación del teorema de Maximin, es decir, cada jugador intenta maximizar

sus beneficios al mismo tiempo que minimiza sus pérdidas. Para Antonio, $\max[\min a_i] = \max[-6, -3, 1, -2] = 1$, y para Bruno $\min[\max a_i] = \min[7, 4, 6, 1] = 1$. En este caso, al coincidir ambos resultados, decimos que el juego tiene un punto de equilibrio, que se alcanza cuando Antonio escoge una oferta especial y Bruno un postre gratis, siendo 1 el valor del juego” (Ana T. Antequera, María C. Espinel. 2010. pp. 22) [3].

METODOLOGÍA

Análisis interno

En el análisis interno de los jugadores que participan en el escenario de la institución educativa encontramos cuatro jugadores importantes, cada uno con varias expectativas de pagos por recibir y que debemos equilibrar, para que tengan relación directa con los objetivos que la sociedad demanda. Es así que consideramos dentro de la institución en su conjunto, que los pagos a percibir por cada jugador deberían ser:

- **Institución educativa**, ser considerada una institución de educación superior líder en Latinoamérica y el mundo.
- **Alumnos**, desarrollarse profesionalmente y perfeccionarse hasta conseguir un trabajo bien remunerado o formar una empresa rentable.
- **Profesores**, capacitarse para tener un status que les permita lograr tranquilidad necesaria para la investigación.
- **Personal administrativo**, trabajar en un buen ambiente laboral, ser reconocidos por los logros obtenidos y constantemente motivados.

Estas apreciaciones son netamente cualitativas, ya que para escenarios de equilibrio con varios jugadores, estrategias y pagos generados por cada una, las fórmulas matemáticas no son aplicables. Sin embargo, nuestra estimación es válida debido a que establece fácilmente una relación de conveniencia entre todos los pagos y estrategias planteadas por cada jugador.

Como plantea Robert Aumann (R. Aumann. 1981) [6], jugadores no cooperativos con intereses diversos en situaciones de corto plazo, en un escenario de largo plazo generarán coaliciones al colaborar entre sí y trabajar en equipo para obtener pagos independientes, pero en equilibrio. Con ello enfrenarán de alguna forma a la sociedad, que finalmente evaluará la continuación o el cierre de la institución superior.

Análisis externo

La apreciación de la sociedad de los sistemas de educación superior está relacionada a la percepción de que se crean instituciones con fines de lucro (empresas o instituciones de educación superior) como primer objetivo estratégico, y que mejorar la educación y el nivel de cultura de la población es un objetivo de segundo orden o colateral.

Dentro de nuestra sociedad tenemos, por un lado, jóvenes que desean una carrera con la cual se verán beneficiados directamente. Es el sector social que valora las instituciones de prestigio, con el fin de trabajar y valerse por sí mismos; asimismo se halla el grupo de la sociedad que paga, es decir los padres de familia, quienes de acuerdo a sus recursos económicos hacen un gran esfuerzo para que sus hijos estudien, y posteriormente puedan sostenerse solos.

Además, identificamos un pequeño sector de la sociedad que es el que busca instituciones de prestigio que les permitan continuar su carrera, perfeccionarse para lograr un grado o especializarse. Esta élite puede pagarse la especialización y/o titulación o nuevo grado académico.

Por otro lado, tenemos las instituciones y empresas de educación superior que ofrecen un abanico de posibilidades de estudio y perfeccionamiento dirigidas a diferentes sectores de la sociedad interesados en dichos cursos, especialidades o convalidaciones. Algunas de estas instituciones apelan a la publicidad, pero sin un respaldo que sea protagónico en el asidero de la experiencia.

Utilización de la matriz minimax

El propósito inicial es establecer las utilidades generadas por los dos jugadores identificados anteriormente en una matriz de coincidencia de objetivos, pero con valoraciones propias de pagos para cada decisión tomada. Al comparar los pagos de ambos jugadores obtenemos una serie de pares de números mostrados en la matriz:

		EMPRESAS E INSTITUCIONES EDUCATIVAS				
		Nada	Nuevas carreras	Titulación profesional	Diplomados o postgrado	Renovación de infraestructura
SOCIEDAD	Nada	(0,0)	(0,4)	(0,3)	(0,2)	(0,7)
	Nuevas carreras	(4,0)	(4,4)	(4,3)	(4,2)	(4,7)
	Titulación profesional	(3,0)	(3,4)	(3,3)	(3,2)	(3,7)
	Diplomados o postgrado	(2,0)	(2,4)	(2,3)	(2,2)	(2,7)
	Renovación de infraestructura	(7,0)	(7,4)	(7,3)	(7,2)	(7,7)

Cuadro 2. Matriz pagos de ambos jugadores. Fuente: Elaboración propia.

Al representarse como el enfrentamiento de dos oponentes en un escenario de competencia de suma cero, en el que la obtención de la utilidad de uno implica la pérdida de utilidad de otro, en el análisis de la solución para este tipo de situaciones, en este ejercicio, aplicaremos el método de Maximin, según el cual cada jugador maximiza sus beneficios y minimiza sus pérdidas.

		EMPRESAS E INSTITUCIONES EDUCATIVAS SUPERIORES				
		Nada	Nuevas carreras	Titulación profesional	Diplomados o postgrado	Renovación de infraestructura
SOCIEDAD	Nada	0	-4	-3	-2	-7
	Nuevas carreras	4	0	1	2	-3
	Titulación profesional	3	-1	0	1	-4
	Diplomados o postgrado	2	-2	-1	0	-5
	Renovación de infraestructura	7	3	4	5	0

Cuadro 3. Diferencia de pagos entre la sociedad y las empresas e instituciones educativas.

Fuente: Elaboración propia.

$$\text{Maximin sociedad} = \text{Max } [0, -4, -3, -2, -7] = 0$$

$$\text{Minimax EIES} = \text{Min } [7, 3, 4, 5, 0] = 0$$

En este caso ambos resultados coinciden, por lo tanto el juego tiene varios puntos de equilibrio en el que se desarrollarán los trabajos que debe realizar la EIES.

RESULTADOS

Las instituciones de educación superior, los estudiantes, los profesores y el personal administrativo son jugadores con expectativas de pagos de corto plazo no cooperativos, pero que por estar en una situación de complementación a largo plazo y en comunicación constante, se concentran en beneficios futuros y acuerdos entre ellos, básicamente cualitativos.

Sin embargo, en la confrontación de las empresas e instituciones de educación superior (EIES), como un único jugador frente a la sociedad donde se tienen tres grupos: el que usa el servicio, el que paga y, el que paga y usa el servicio, plantea la aplicación de la matriz Maximin, donde se puede analizar bajo una puntuación alterna, la situación de cada una de las expectativas de cada jugador, basadas en propuestas de servicios que las EIES, pueden ofrecer.

En este caso, el equilibrio se da en todos los puntos igual a cero (cuadro 3), donde la obtención de más beneficios o pagos, se da cuando la sociedad requiere que sus EIES mejoren su infraestructura (cuadro 2).

CONCLUSIONES

De acuerdo al análisis realizado de Maximin y Minimax, se tiene un punto de equilibrio igual a cero (0), por lo que habrá varios puntos equilibrio con este valor según el cuadro 3, por lo que a continuación se detallan las siguientes propuestas:

1. Ofrecer lo que la sociedad solicita en el momento que lo solicita genera el mayor beneficio para ambos jugadores. Ello dependerá de un adecuado estudio de mercado.
2. La utilidad más importante, tanto para la sociedad como para la EIES, se produce cuando se renueva o mejora la infraestructura.
3. El segundo mayor beneficio para ambos tiene lugar cuando se ofrecen nuevas carreras, que se ajustan a las expectativas de una gran masa de jóvenes.
4. El tercer lugar en beneficios es ocupado por las titulaciones de grado a nivel profesional, ya que los jóvenes egresados de instituciones de educación superior deciden continuar con los estudios para acceder a un título profesional que les asegure más ingresos. Además, debemos de tomar en cuenta que estos jóvenes se autofinancian dicha titulación.
5. El menor beneficio es generado por los diplomados y posgrados, seguidos por un grupo bastante más reducido de profesionales que requieren especializarse u obtener otro grado que le permita acceder a un nivel gerencial. En estos casos, quienes pagan son generalmente las empresas donde dichas personas laboran.

El equilibrio de Nash y la teoría de juegos son las herramientas más efectivas para el análisis de la situación de las empresas o instituciones de educación superior (EIES) frente a la sociedad. Desde el punto de vista de propuestas de trabajos cooperativos de largo plazo para el entorno interno, y de una evaluación para minimizar pérdidas y optimizar ingresos, en el contexto externo, llegamos a la conclusión que todo depende del abanico de posibilidades que ofrezca la EIES. Este debe estar basado en un estudio adecuado de mercado que permita anticipar las expectativas de superación de los jóvenes y tenga como principal soporte la mejora de la infraestructura.

Además del análisis de las herramientas, el hecho de que cada jugador trabaje en el escenario interno de manera dinámica, le permite que si toma una decisión en un periodo corto de tiempo o si las circunstancias no le son favorables, tendrá la opción, y de hecho la usará, de cambiar su decisión para no generar más pérdida.

Separar ambos escenarios, el interno y el externo, contribuye a enriquecer el análisis y a utilizar la aplicación del equilibrio de Nash y de teoría de juegos de manera adecuada, sin mezclar a los jugadores que participan en el desarrollo de las EIES, lo que mejorará las decisiones futuras dentro de estas frente a la sociedad.

- [3] Antequera, T. & Espinel, C. (2010). "Decisiones estratégicas y de cooperación desde las matemáticas". España. Rodesa.
- [4] Luis Daniel Muñoz Ramos, (2008). Algunos comentarios sobre la teoría de juegos y la teoría de puntos fijos, vistos desde el punto de vista de la teoría de las correspondencias. Tesis: Titulo profesional de licenciado en matemáticas. Universidad Nacional de Ingeniería. Lima. Perú.
- [5] Aumann, R. (1981). "Survey of Repeated games". In Essay in Game Theory and Mathematical Economics in Honor of Oskar Morgenstern (pp.11-42). Bibliographisches Institut Mannheim, Wein, Zurich.
- [6] Rama, C. (2012). "El negocio universitario 'for profit' en América Latina". Recuperado de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S0185-27602012000400003&script=sci_arttext#nota.
- [7] Schelling, T. (1984). Choice and Consequence. Perspectives of an errant Economist. Cambridge, Harvard University Press.

ACERCA DEL AUTOR

Luis Miguel Salas Hidalgo

Estudios de MBA en la Universidad ESAN, con mención en Dirección General. Ingeniero industrial por la Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Investigador y profesor a tiempo parcial en Tecsup. Más de veinte años de experiencia en empresas del sector industrial y de servicios.

 lsalas@tecsup.edu.pe

REFERENCIAS

- [1] Anderson, R.; Sweeney, J. & Williams, A. (2010). Métodos cuantitativos para los negocios. México DF.: Cengage Learning.
- [2] Deulofeu, J. (2010). Prisioneros con dilemas y estrategias dominantes - Teoría de juegos. Navarra, España: Rodesa.